

TD 8

Exercice 1 Soit Ω un ouvert connexe borné de \mathbb{C} , et soit $f : \Omega \rightarrow \Omega$ holomorphe ayant un point fixe a . On note f_n l'itérée n fois de f .

Montrer que $|f'(a)| \leq 1$.

Montrer que si $f'(a) = 1$, alors f est l'identité sur Ω .

Montrer que si $|f'(a)| = 1$, il existe une suite extraite $\phi(n)$ telle que $f_{\phi(n)} \rightarrow \text{Id}$ uniformément sur tout compact inclus dans Ω .

En déduire que $|f'(a)| = 1$ si et seulement si f est un biholomorphisme de Ω sur Ω .

Montrer que si $|f'(a)| < 1$, f_n tend uniformément sur tout compact vers la fonction constante égale à a .